



UNIVERSITAS JAMBI

8 Gedung 101 Gedung 102 Gedung 103
Jember 60132





Kampus
Merdeka
INDONESIA JAYA





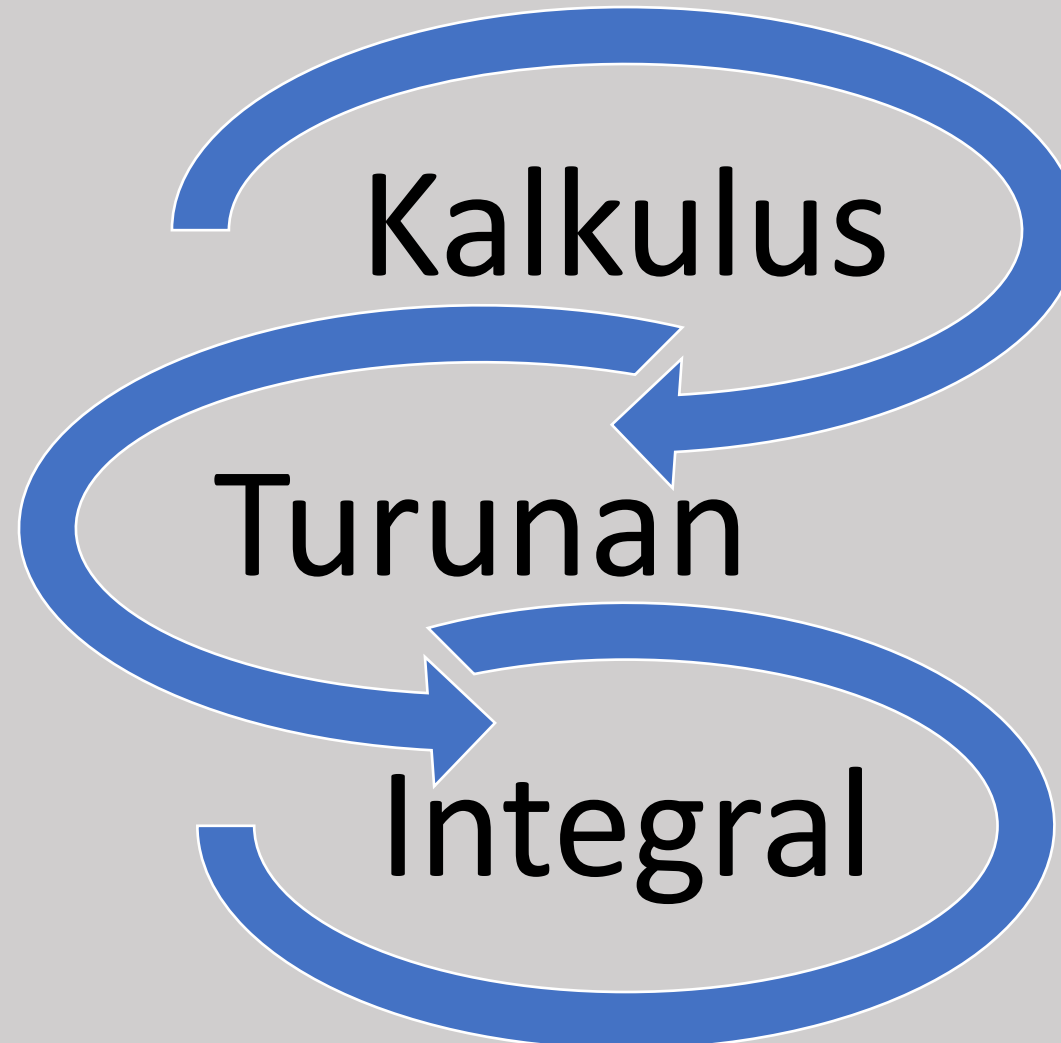
Teknik Integral



Jangan habiskan waktumu
memukuli dinding dan
berharap bisa mengubahnya
menjadi pintu.

- Coco Canel







Integral

Teknik dasar Integral

Integral Sederhana

Integral substitusi

Integral Parsial

Integral Eksponensial

Integral Logaritma

Integral Trigonometri

Aplikasi Integral

Aplikasi Integral Luas daerah

Aplikasi Integral Volume benda Putar



TIU

Mahasiswa dpt memahami dan dpt menggunakan metode-metode integrasi utk menyelesaikan persoalan pengintegralan (integral tak tentu dan tentu)

Mahasiswa mampu

Menjelaskan apa yang dimaksud dgn anti derivatif/fungsi primitif/integrand

Menggunakan rumus-rumus dasar integral untuk menyelesaikan persoalan integral yang sederhana.



Integral

Teknik sistematis terdokumentasi pertama yang mampu menentukan integral adalah [metode penghabis](#) dari [Yunani kuno](#) astronom [Eudoksos](#) (ca. 370 SM), yang berusaha untuk menemukan luas dan volume dengan memecahnya menjadi beberapa divisi yang luas atau volumenya diketahui. Metode tersebut dikembangkan lebih lanjut dan digunakan oleh [Archimedes](#) pada abad ke-3 SM dan digunakan untuk menghitung [luas lingkaran](#), [luas permukaan](#) dan [volume bola](#), luas [elips](#), luas di bawah [parabola](#), volume segmen revolusi [paraboloid](#), volume segmen [hiperboloid](#) revolusi, dan luas [spiral](#).

Metode serupa dikembangkan secara independen di Tiongkok sekitar abad ke-3 M oleh [Liu Hui](#), yang menggunakan untuk mencari luas lingkaran. Metode ini kemudian digunakan pada abad ke-5 oleh ahli matematika ayah dan anak Tionghoa [Zu Chongzhi](#) dan [Zu Geng](#) untuk mencari volume bola ([Shea 2007](#); [Katz 2004](#), hlm. 125–126).

Di Timur Tengah, Hasan Ibn al-Haytham, dalam bahasa Latin sebagai [Alhazen](#) (ca. 965 AD) menurunkan rumus untuk jumlah [pangkat empat](#) s. Dia menggunakan hasil untuk melakukan apa yang sekarang disebut integrasi fungsi ini, di mana rumus untuk jumlah kuadrat integral dan [paraboloid](#).



Pengertian integral

Hubungan Turunan dan Integral



Misalkan f adalah fungsi turunan dari fungsi F yang kontinu pada suatu Domain. Untuk setiap X terletak pada domain tersebut, berlaku

$$F'(x) = \frac{dF(x)}{dx} = f(x)$$

Artinya turunan fungsi $F(x)$ adalah $f(x)$.

Perhatikan bentuk fungsi $F(x)$ dan Turunan yaitu $f(x)$ berikut : $F(x) = X \rightarrow F'(x) = f(x) = 2x$



$$F(x) = X^2 + 3 = F'(x) = f(x) = 2x$$

$$F(x) = X^2 + 5 = F'(x) = f(x) = 2x$$

$$F(x) = X^2 + 10 = F'(x) = f(x) = 2x$$

$$F(x) = X^2 + c = F'(x) = f(x) = 2x$$

(c adalah Konstanta)



Jika $F(x)$ adalah fungsi umum yang bersifat $F'(x) = (9x)$, maka $F(x)$ merupakan antiturunan atau Integral dari $f(x)$.

Pengintegralan fungsi $f(x)$ terhadap x dinotasikan sebagai berikut :

\int = Notasi Integral

$F(x)$ = fungsi integral (fungsi yg dicari turunannya/integralnya)

$F(x)$ = fungsi integral umum yang bersifat $F'(x) = f(x)$

C = Konstanta



Lambang Integral

Rumus Umum



$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \text{ dengan } n \neq -1$$



$$\int ax^n dx = \frac{a}{(n+1)} x^{n+1} + c$$

$$\int kx^n dx = \frac{k}{n+1} x^{n+1} + C$$



1

$$\int 6x dx = \frac{6x^{1+1}}{1+1} = \frac{6x^2}{2} = 3x^2$$

2

$$\int 12x^3 dx = \frac{12x^{3+1}}{3+1} = \frac{12x^4}{4} = 3x^4$$

3

$$\int 6\sqrt{x} dx = \int 6x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{6x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} = \frac{6x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = 4x^{\frac{3}{2}}$$



4
$$\int (2x + 3)dx = \frac{2x^{1+1}}{1+1} + \frac{3x^{0+1}}{0+1} = x^2 + 3x$$

5
$$\int \sqrt{x} \left(x^2 - \frac{2}{x} \right) dx = \int x^{\frac{1}{2}} (x^2 - 2x^{-1}) dx = \int x^{\frac{5}{2}} - 2x^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{7} x^{7/2} - 4x^{1/2}$$



Diketahui:

$$\int 8x^3 - 3x^2 + x + 5 dx$$

Jawab:

$$\equiv \frac{8x^{3+1}}{3+1} - \frac{3x^{2+1}}{2+1} + \frac{1x^{1+1}}{1+1} + 5x + c$$

$$\equiv \frac{8x^4}{4} - \frac{3x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 5x + c$$

$$\equiv 2x^4 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 5x + c$$



Diketahui:

$$\int (2x + 1)(x - 5) dx$$

Jawab:

$$= \int 2x^2 + x - 10x - 5 + C$$

$$= \int 2x^2 + 9x - 5 + C$$

$$= \int \frac{2}{3}x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 5x + C$$



$$\begin{aligned}\int(3x^2 - 4x + 5)dx &= \int 3x^2 dx - \int 4x dx + \int 5 dx \\ &= 3 \int x^2 dx - 4 \int x dx + 5 \int dx \\ &= 3 \cdot \frac{1}{2+1} x^{2+1} - 4 \cdot \frac{1}{1+1} x^{1+1} + 5x + c \\ &= \frac{3}{3} x^3 - \frac{4}{2} x^2 + 5x + c \\ &= x^3 - 2x^2 + 5x + c \quad (\text{C})\end{aligned}$$



A. SOAL LATIHAN/TUGAS

Selesaikanlah:

1. $\int x^3 dx$
2. $\int 9x^3 dx$
3. $\int 4x^3 - 3x^2 + 2 dx$
4. $\int (x^2 - \sqrt{x} + 4) dx$
5. $\int \frac{x^2 + 3x - 2}{x} dx$
6. $\int \sqrt{2 + 5x} dx$
7. $\int \frac{3x}{\sqrt{1-x^2}} dx$
8. $\int x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} dx$
9. $\int (x\sqrt{x} - 5)^2 dx$
10. $\int (x^{1/3} + x^{2/3})^2 dx$



Dikumpulkan
sebelum
perkuliahan
berikutnya



Referensi

Heath, Thomas Little (1897). Karya Archimedes. Inggris: Cambridge University Publications.

Katz, V.J. 1995. "Ide Kalkulus dalam Islam dan India." *Majalah Matematika (Asosiasi Matematika Amerika)*, 68(3):163–174

Varberg. 2010. Kalkulus. Edisi ke Sembilan. Jilid 1. PT. Gelora Aksara Pratama

THANK
YOU!

